

Application Examples

Modeling a Supercapacitor using PLECS®

PLECS®を用いたスーパーキャパシタのモデリング

Dr. John Schönberger

Version: 03-13

1 はじめに

スーパーキャパシタは、高静電容量と低インピーダンスにより、大蓄積容量や高パルス電流を必要とする蓄電用途に最適です。燃料電池、風力タービン、バックアップ発電機の分野では、スーパーキャパシタの大きな蓄電容量を利用して、起動時および一時的な転圧変動時の電力不足を補います。

パルス電力用途では、スーパーキャパシタの低内部インピーダンスが活用されます。たとえば、ハイブリッド自動車のバッテリーにスーパーキャパシタを並列に接続して、高インピーダンス電源のパルス電力能力を高めることができます。スーパーキャパシタは、エンジン始動時や回生ブレーキ時に発生する大電流パルスを供給または吸収し、バッテリー供給の過渡応答と効率を向上させます。

この例題では、2つのスーパーキャパシタモデルを紹介します。まず、スーパーキャパシタを静的内部抵抗を持つ電圧依存性のキャパシタとして表す簡略化されたモデルについて説明します。周波数依存の効果が顕著な過渡シミュレーションでは、短期的な自己放電効果と内部抵抗の変動を考慮してモデルが拡張されています。

PLECSを使用したスーパーキャパシタモデルの実装について説明し、小信号インピーダンスまたは周波数依存モデルを計算して、過渡動作中の有効内部抵抗と静電容量を表します。最後に、内部電力消費による温度上昇をモデリングする電気と熱を組み合わせたスーパーキャパシタモデルを示します。

2 背景

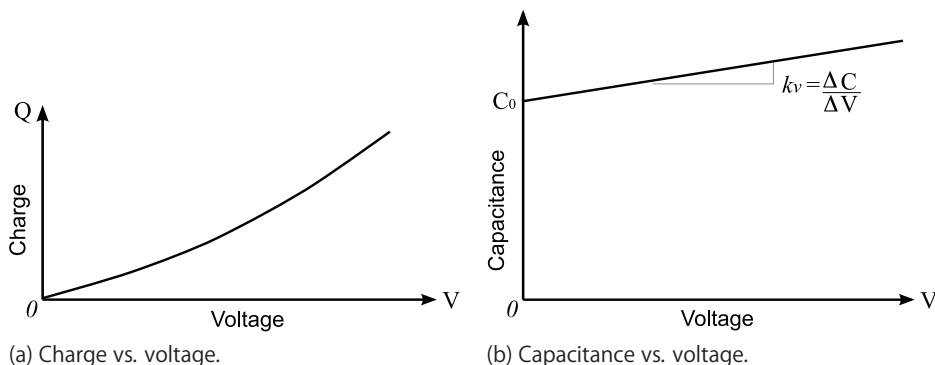
2.1 スーパーキャパシタの構造

スーパーキャパシタ(supercapacitor)は、ウルトラキャパシタ(ultracapacitor)または電気二重層キャパシタ(electric double-layer capacitor: EDLC)とも呼ばれ、特殊な巻箔構造により高いエネルギー密度を実現します。活性炭として知られる多孔質炭素粒子の薄い層が各箔上で大きな表面積を作り出し、電解質溶液が炭素層に吸収されます[1]。表面積が大きく、分離距離が極めて短いため、静電容量値が非常に大きくなります。ただし、電極間の分離距離が短いため、破壊電圧は約3Vと低くなります。したがって、実際のアプリケーションでは、複数のスーパーキャパシタを直列接続して、必要な出力電圧を実現します。

2.2 電圧の影響

電荷の蓄積が増加すると、スーパーキャパシタの内部構造が影響を受けます。電荷および電圧が増加すると、有効誘電率が増加します。これについての説明の一つは、印加電圧が炭素電極にまで広がり、空間電荷、または静電容量成分が発生すると考えられます[2]。最終的な結果として、スーパーキャパシタは図1(a)に示すような非線形の充電電圧特性を示します。

図1: スーパーキャパシタの非線形充電および静電容量特性



静電容量は次のように定義されるので

$$C = \frac{Q}{V} \quad (1)$$

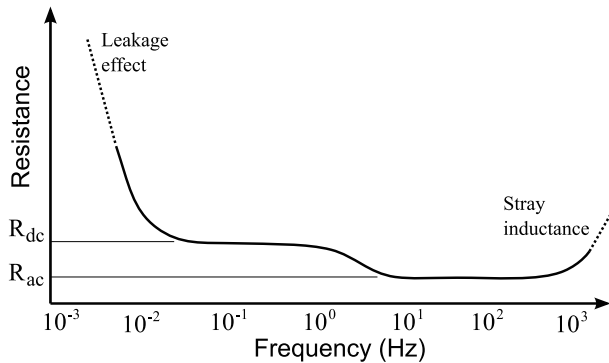
静電容量特性も非線形です。スーパーキャパシタの典型的な静電容量特性を図1(b)に示します。電圧がゼロの場合、スーパーキャパシタのベース静電容量は C_0 となり、電圧が増加すると、静電容量はほぼ線形に増加します。したがって、静電容量は次のように電圧の関数としてモデリングできます:

$$C(v) = C_0 + k_v v \quad (2)$$

2.3 周波数の影響

二重層であるスーパーキャパシタは理想キャパシタとしては動作しません。スーパーキャパシタの構造により、スーパーキャパシタのインピーダンスに影響を及ぼす非理想的な効果が生じます。スーパーキャパシタの典型的な周波数依存の抵抗特性を図2に示します。

図2: スーパーキャパシタの典型的な周波数依存抵抗特性



0.01Hz未満の低周波数では、漏れ電流の影響が支配的になります。漏れの影響は、セパレータを流れる電流、内部電荷の再分配、および自己放電によって発生します。自己放電、つまり漏れ電流は、電極での過剰なイオン電荷の拡散とスーパーキャパシタ材料内の不純物という2つのメカニズムによって引き起こされます。その結果、DC漏れ電流と、短期および長期の時定数を持つ放電特性が生じます。通常、短期の時定数は秒単位、長期の時定数は分単位です。

0.01～10Hzでは、電解質のイオン抵抗によって生じるスーパーキャパシタのDC抵抗が支配的な要因になります。この周波数を超えると、電解質は導体として動作し、スーパーキャパシタ端子間の有効抵抗は接点と電極の電気抵抗になります。これはAC抵抗 R_{ac} とも呼ばれます。nHオーダーの浮遊インダクタンスにより、1kHzを超えると内部インピーダンスが増加します。

3 スーパーキャパシタのモデリング

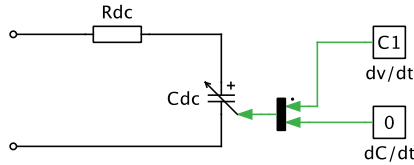
この例題では、2つのスーパーキャパシタモデルを紹介します: 1つは、スーパーキャパシタを電圧依存の静電容量として表す簡略化モデルで、もう1つは静電容量に加えて、漏れ電流の影響と内部抵抗の変動を含む波数依存モデルです。

3.1 簡略化したモデル

スーパーキャパシタは、内部のDC抵抗と線形の電圧依存静電容量を持つRCネットワークとして簡略化された形式でモデリングします。このモデルは、キャパシタに蓄積されたエネルギーが最も重要であり、過渡応答を無視できるアプリケーションに適しています。[図3](#)に示す簡略化されたモデルでは、電圧依存の静電容量を実装するためにPLECSの可変容量キャパシタコンポーネントを使用しています。可変容量キャパシタモデルは次の式に基づいています:

$$\begin{aligned} i &= \frac{d}{dt}(C \cdot v) \\ &= C \frac{dv}{dt} + v \frac{dC}{dt} \end{aligned} \quad (3)$$

図3: 簡略化したスーパーキャパシタモデル



電圧とその導関数はソルバによって内部的に計算するため、静電容量 C とその時間に対する導関数 dC/dt が外部入力として必要になります。

dC/dt は簡単には計算できないため、[式\(3\)](#)は連鎖律を用いて変形され、第2項を dC/dt ではなく dv/dt の係数として表します。

$$\begin{aligned} i &= C \frac{dv}{dt} + v \frac{dC}{dv} \frac{dv}{dt} \\ &= \frac{dv}{dt} \left(C + v \frac{dC}{dv} \right) + 0 \\ &= \frac{dv}{dt} C_1 \end{aligned} \quad (4)$$

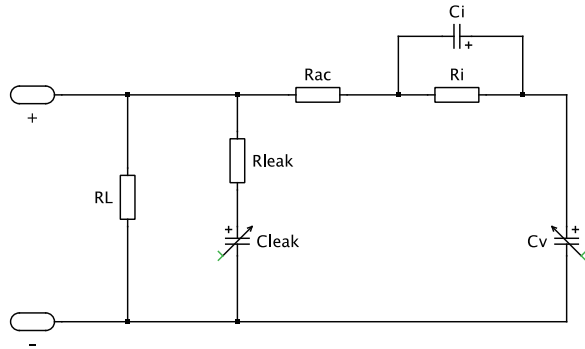
この再構成により、容量値入力に C_1 項を供給し、静電容量の微分入力をゼロに設定することで[図1](#)に示す可変容量特性を実現します。[式\(2\)](#)の $C + v \frac{dC}{dv}$ を計算すると、 $C_1 = C_0 + 2k_v v$ となります。

3.2 周波数依存モデル

過渡応答や自己放電動作をシミュレートする必要があるアプリケーションでは、スーパーキャパシタモデルにAC抵抗や電荷分布などの周波数依存現象を含める必要があります。参考文献ではさまざまな周波数依存モデルが提示されていますが、最も一般的なタイプは[3]および[4]で説明されているような3ステージのRCネットワークに基づいています。これらのモデルは実験測定に基づいてパラメータ化されており、直列抵抗のAC成分とDC成分を区別しません。さらに、[4]で提示されたモデルでは漏れ電流も無視されています。

電圧依存の静電容量に加えて周波数依存のインピーダンスを考慮した集中定数モデルを図4に示します。このモデルの利点は、周波数依存の現象を最も遅い漏れ効果に至るまで考慮しているため、過渡シミュレーションに役立つことです。モデルパラメータは、典型的な電気二重層キャパシタに関連する実験テストまたは既知の近似値に基づくものです。

図4: スーパーキャパシタの集中定数モデル



集中定数モデルは、以下に説明する入力パラメータを入力することでカスタマイズできます:

- V_{dc} - キャパシタの定格電圧
- C_{dc} - 定格電での静電容量
- k_c - 電圧依存の静電容量(F/V)
- R_{dc} - AC抵抗
- R_{ac} - DC抵抗
- f_{ac} - 交流抵抗のクロスオーバー周波数
- I_L - 漏れ電流
- r_{cleak} - 総DC静電容量に対する漏れ静電容量の比率
- t_{leak} - 短期の漏れ効果の時定数

電圧依存の静電容量は、簡略化されたスーパーキャパシタモデルと同様の方法でモデル化されます。ただし、電圧に依存する容量成分は、主蓄電容量 C_v と漏れ容量 C_{leak} に分割されます。静電容量値は電圧の関数としての次のようになります:

$$C_{leak}(v) = k_{leak} V_{dc}$$

$$C_v(v) = C_0 + k_v V_{dc}$$

ここで、

$$k_{leak} = \frac{C_{dc} r_{leak}}{V_{dc}}$$

$$C_0 = C_{dc} - k_c V_{dc}$$

$$k_v = k_c - k_{leak}$$

短期的な自己放電動作は、RCの組み合わせ R_{leak} と C_{leak} を使用してモデリングされ、漏れ抵抗は指定された時定数から計算されます:

$$R_{leak} = \frac{t_{leak}}{C_{leak}}$$

DC抵抗とAC抵抗間の遷移は、コンポーネント R_{ac} 、 R_i 、および C_i でモデリングされます。 R_i はAC抵抗とDC抵抗の差であり、キャパシタ C_i はAC抵抗とDC抵抗間のクロスオーバー周波数を設定します:

$$R_i = R_{dc} - R_{ac}$$

$$C_i = \frac{1}{2\pi f_{ac} R_{ac}}$$

高周波入力電圧の場合、 C_i は短絡回路として機能し、実効直列抵抗は R_{ac} になります。 f_{ac} より低い周波数では、抵抗 R_i がAC抵抗に加算されます。

抵抗 R_L はDC漏れ電流を考慮し、次のように計算されます:

$$R_L = \frac{V_{dc}}{I_L}$$

ただし、この抵抗は、短期間ではその影響がごくわずかであるため、無視できます。

ほとんどのメーカーは、周波数依存の影響を判断するための十分なパラメータを提供していないことに注意してください。電圧依存の静電容量や漏れ時定数などのパラメータは、実験結果から決定するのが理想的です。多くの場合、近似値を出発点として使用します。以下の近似値は参考文献[3]、[2]、[5]に示されている実験結果から得られました:

$$R_{ac} = 0.5 R_{dc}$$

$$k_c = 0.1 C_{dc}$$

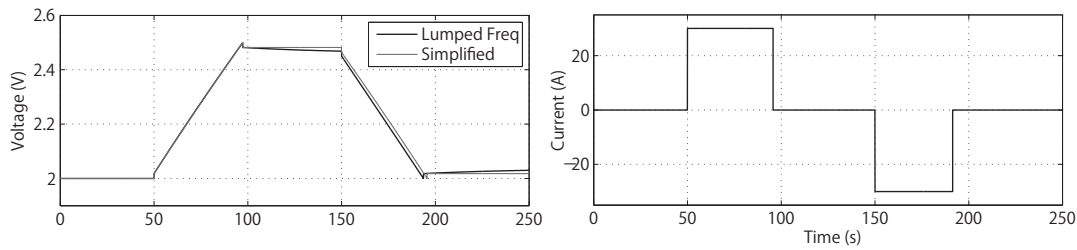
$$f_{ac} = 1 \text{ Hz}$$

$$t_{leak} = 10 - 100 \text{ s}$$

3.3 シミュレーション結果

周波数依存の簡略化集中定数手法と簡略化された手法を使用して、2600Fキャパシタの例を作成しました。集中定数モデルのパラメータについては[付録C](#)を参照してください。±30 A の電流パルスを超キャパシタ モデルに印加したときの出力電圧応答を[図5](#)に示します。最初の電流パルス後に電圧の減衰を引き起こす漏れ効果は、集中定数モデルで観察できます。

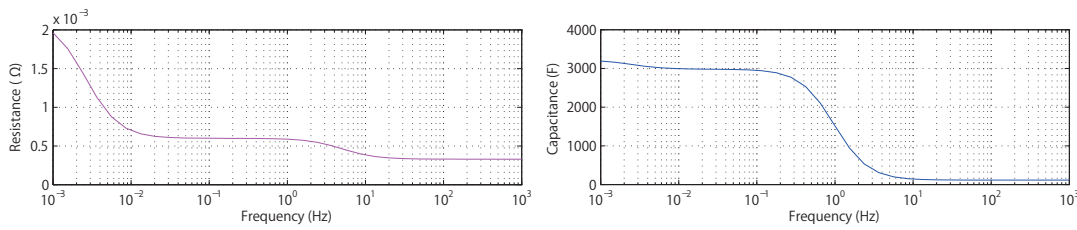
図5: 2600Fスーパーキャパシタの集中定数モデルと簡略化モデルの電圧応答(±30 A の電流パルス印加時)。集中定数モデルではリーク電流の影響が観察されます。



スーパーキャパシタの小信号周波数応答を取得するには、まずMATLABの`linmod`関数を使用して動作点の状態空間行列を抽出します。次に、`plbode`関数を使用して周波数応答を取得します。この関数は、周波数応答の実数部と虚数部から小信号抵抗と小信号静電容量を決定します。

小信号抵抗と静電容量のボード線図を図6に示します。DC抵抗とAC抵抗のクロスオーバー周波数は5Hzで発生し、この周波数では小信号静電容量はゼロに近くなります。低周波数では、小信号静電容量は約3000Fとなり、定格静電容量の2600Fよりも大きくなります。このシミュレーション結果は、[2]で同一のスーパーキャパシタについて提示された実験結果とほぼ一致します。

図6: 動作電圧2.5Vにおける2600 F集中定数スーパーキャパシタモデルの小信号抵抗と静電容量



定格静電容量と小信号静電容量の違いを説明するための、小信号静電容量は次のように式(2)から解析的に導出されます:

$$C = \frac{Q}{v} = C_0 + k_v v \quad (5)$$

$$Q = C_0 v + k_v v^2 \quad (6)$$

$$C_{diff} = \frac{dQ}{dv} = C_0 + 2 k_v \quad (7)$$

したがって、小信号静電容量 C_{diff} は式(2)の定格静電容量よりも $k_v v$ 倍大きくなります。 C_{diff} は式(4)の項 C_1 に等しいことに注意する必要があります。

4 電気と熱の結合モデル

PLECSのヒートシンクコンポーネントを使用すると、スーパーキャパシタモデルに熱特性を追加して、パルス動作中のスーパーキャパシタの内部損失とそれに伴う発熱を調べることができます。この手法を説明するために、熱モデルの例題(*Supercap_thermal.mdl*/*Supercap_thermal.plecs*)を提供しています。スーパーキャパシタはヒートシンク上に配置されており、すべての抵抗損失が自動的に吸収され、熱回路のソースとして機能します。このモデルでは、内部発熱によって内部抵抗値自体は変化しないと仮定しています。0℃以上では、これは妥当な仮定です[5]。

5 まとめ

この例題では、単純化されたスーパーキャパシタモデルと、集中定数回路を使用してモデリングした周波数依存のスーパーキャパシタについて紹介しました。集中定数モデルも拡張し、熱挙動を考慮できるようになりました。集中定数モデルは、AC抵抗とDC抵抗を区別し、短期的な自己漏れ効果をモデリングするため、数十秒の時間枠までの短期的な過渡シミュレーションに役立ちます。このモデルは長期の休止期間をシミュレートすることを目的としていないため、長時間の漏れの影響は無視されます。集中定数モデルは、さまざまなサイズや特性のスーパーキャパシタをモデリングするために簡単にカスタマイズできます。

6 付録

A. シミュレーションファイル - PLECS Blockset

このアプリケーションノートには、PLECS Blocksetを使用してさまざまなスーパーキャパシタモデルをシミュレーションするために使用したサンプルファイルが付属しています：

- *Supercap_1500F.mdl*: 周波数依存の影響が重要な過渡シミュレーションに適した1500Fスーパーキャパシタモデル。このモデルは、短期間の自己放電の影響と内部抵抗の変動を考慮しています。
- *Supercap_2600F.mdl*: 周波数依存の影響が重要な過渡シミュレーションに適した2600Fスーパーキャパシタモデル。このモデルは、短期間の自己放電の影響と内部抵抗の変動を考慮しています。
- *Supercap_2600F_simplified.mdl*: スーパーキャパシタを静的内部抵抗を持つ電圧依存のキャパシタとして表す簡略化された2600Fモデル。
- *Supercap_2600F_thermal.mdl*: 内部電力消費による温度上昇をモデル化する、電気と熱を結合させた2600Fスーパーキャパシタモデル。
- *Supercap_2600F_bode.mdl*: 関数**bode_supercap.m**を使用した周波数解析用に追加された特別なSimulinkポートを備えた2600Fスーパーキャパシタモデル。
- *bode_supercap.m*: モデル*Supercap_2600F_bode.mdl*のボード線図と、小信号抵抗および静電容量対周波数のプロットを生成する関数。
- *plbode.m*: 特定のモデルに対してユーザが変更できるボード線図を生成するためのヘルプ関数。

B. シミュレーションファイル - PLECS Standalone

このアプリケーションノートには、PLECS Standaloneを使用してさまざまなスーパーキャパシタ モデルをシミュレーションするために使用したサンプルファイルが付属しています:

- *Supercap_1500F.plecs*: 周波数依存の影響が重要な過渡シミュレーションに適した1500Fスーパーキャパシタモデル。このモデルは、短期間の自己放電の影響と内部抵抗の変動を考慮しています。
- *Supercap_2600F.plecs*: 周波数依存の影響が重要な過渡シミュレーションに適した2600Fスーパーキャパシタモデル。このモデルは、短期間の自己放電の影響と内部抵抗の変動を考慮しています。
- *Supercap_2600F_simplified.plecs*: スーパーキャパシタを静的内部抵抗を持つ電圧依存のキャパシタとして表す簡略化された2600Fモデル。
- *Supercap_2600F_thermal.plecs*: 内部電力消費による温度上昇をモデル化する、電気と熱を結合させた2600Fスーパーキャパシタモデル。

C. スーパーキャパシタのパラメータ

市販の2600Fおよび500 Fの集中キャパシタモデルを表すために使用するパラメータの例を表に示します。

表1: スーパーキャパシタのパラメータ例

DC静電容量	C_{dc}	2600F	1500F
定格DC電圧	V_{dc}	2.5V	2.5V
電圧依存の静電容量	k_c	250F/V	150F/V
DC抵抗	R_{dc}	0.6m Ω	1m Ω
AC抵抗	R_{ac}	0.33m Ω	0.47m Ω
ACクロスオーバー周波数	f_{ac}	5Hz	10Hz
漏れ電流	I_L	5mA	3mA
漏れ静電容量係数	k_l	1/20	1/20
漏れ時定数	t_{leak}	33s	33s

7 参考文献

- [1] “Super charged,” *IEEE Spectrum*, vol. 42, pp. 32–37, January 2005.
- [2] F. Rafik, H. Gualous, R. Gallay, A. Crausaz, and A. Berthon, “Frequency, thermal and voltage supercapacitor characterization and modeling,” *Journal of Power Sources*, vol. 165, pp. 928–934, March 2007.
- [3] S. Noh, J. Choi, H. Kim, and E. Lee, “Psim based electric modeling of supercapacitors for line voltage regulation of electric train system,” in *IEEE International Conference on Power and Energy*, pp. 855–859, 2008.
- [4] “Carbon-carbon ultracapacitor equivalent circuit model, parameter extraction and application,” www.ansoft.com.
- [5] R. Kotz, M. Hahn, and R. Gallay, “Temperature behavior and impedance fundamentals of supercapacitors,” *Journal of Power Sources*, vol. 154, pp. 550–555, March 2006. Application

改訂履歴:

03-13

初版



Pleximへの連絡方法:

☎ +41 44 533 51 00

Phone

+41 44 533 51 01

Fax

✉ Plexim GmbH

Mail

Technoparkstrasse 1

8005 Zurich

Switzerland

@ info@plexim.com

Email

<http://www.plexim.com> Web



アドバンオートメーションへの連絡方法:

☎ +81 3 5282 7047

Phone

+81 3 5282 0808

Fax

✉ ADVAN AUTOMATION CO.,LTD

Mail

1-9-5 Uchikanda, Chiyoda-ku

Tokyo, 101-0047

Japan

@ info-advan@adv-auto.co.jp

Email

<https://adv-auto.co.jp/>

Web

Application Examples

© 2002–2013 by Plexim GmbH

このマニュアルで記載されているソフトウェアPLECSは、ライセンス契約に基づいて提供されています。ソフトウェアは、ライセンス契約の条件の下でのみ使用またはコピーできます。Plexim GmbHの事前の書面による同意なしに、このマニュアルのいかなる部分も、いかなる形式でもコピーまたは複製することはできません。

PLECSはPlexim GmbHの登録商標です。MATLAB、Simulink、およびSimulink Coderは、The MathWorks、Inc.の登録商標です。その他の製品名またはブランド名は、それぞれの所有者の商標または登録商標です。